В.Л.Васюков

ПОСЛЕДСТВИЯ ЛОГИЧЕСКОГО ПЛЮРАЛИЗМА: ГЛОБАЛЬНЫЙ И ЛОКАЛЬНЫЙ АСПЕКТЫ*

1. От логического плюрализма к плюрализму универсумов

Верно ли то, что существует только одна подлинная, истинная логика? Ныне в современной философии логики получила широкое распространение точка зрения, что существует не одна, но множество истинных логик. Эта точка зрения получила известность под именем логического плюрализма.

В XX веке становление неклассической логики на раннем этапе часто приводило к мирному сосуществованию логического плюрализма и логического монизма в рамках одного и того же философского сообщества. Характерным примером в этом отношении может считаться Львовско-Варшавская логико-философская школа, два выдающихся представителя которой – Станислав Лесьневский и Ян Лукасевич – занимали полярные позиции по вопросу поиска единого основания логики. Лесьневский еще в 1927 году отмечал, что различные технические инновации в логике "…способствуют стиранию различия между математическими науками, понимаемыми как дедуктивные теории, служащие для охватывания в максимально сжатых законах многообразной действительности мира, и такими непротиворечивыми системами, которые обеспечивают действительную возможность получения на их основе в изобилии все новых и новых утверждений, отличаясь одновременно отсутствием каких-либо связывающих ее с действительностью интуитивно-научных оценок" [5, p.177-178]. Это отличие математических систем от произвольных дедуктивных систем, по мнению Лесьневского, вызвано тем, что математические системы не противоречат "логическим интуициям", которые, в свою очередь, не могут произвольно описывать мир. Они в состоянии это делать лишь подчиняясь единой логике – истинной собственной логике мира. Лучше всего, утверждал Лесьневский, точнее, единственным возможным образом, эту логику можно охарактеризовать как классическую логику – двузначную и экстенсиональ-

---

* Работа выполнена при поддержке РГНФ, грант № 01-03-00371а.

ную. По этой причине, например, он не проявлял ни малейшего интереса к многозначным логикам (впрочем и вообще к другим неклассическим логикам).

Иную позицию занимал Лукасевич. Если в 1936 году он писал, что "…одна и только одна из… логических систем реализована в действительном мире, другими словами, реальна так же как реальна одна и только одна система геометрии" [6, S.206-207], то уже через год он высказывается не столь категорически: "…все логические системы, создаваемые нами, являются при тех допущениях, при которых мы их создаем, необходимо истинными. Речь может идти только лишь о подтверждении онтологических допущений, скрытых где-то в основании логики, если мы хотим следствия данных допущений проверить как-то на фактах…" [6, S.218]. Наконец, в 1952 году он приходит к заключению, разительно отличающемуся от его предыдущей точки зрения. Теперь он уже высказывается следующим образом: "не существует способа распознать, какая из n-значных систем логики, $n \geq 2$, истинна… Классическое исчисление высказываний, истинностная матрица которого двузначна, является самой старой и самой простой логической системой и поэтому оно наиболее известно и наиболее широко применяемо. Но для определенных целей, например, в модальной логике, n-значная система ($n \geq 2$) может быть более уместной и применяемой. Чем более применима и богата логическая система, тем более она имеет истинностных значений [6, S.267].

Таким образом, нетрудно прийти к выводу, что эволюция точки зрения Лукасевича привела его к некоторой разновидности логического плюрализма, в то время как позиция Лесьневского осталась строго классической (монистической). Ирония судьбы заключается в том, что системы Лесьневского ныне часто рассматриваются как неклассические, как некоторый параллельный проект оснований математики, как экзотический формализм (о чем свидетельствуют попытки погружения его систем в классические).

В наше время, несмотря на то что современная ситуация характеризуется пролиферацией логических систем, дебаты по поводу логического плюрализма не утихают. И главную проблему в связи с этим составляет вопрос о том, являются ли эти логики соперничающими, или же они образуют одно огромное дружное семейство. Грэм Прист пишет: "Так или иначе, любая из нестандартных логик… [интуиционистская, многозначная и квантовая, релевантная и паранепротиворечивая, условная и свободная] корректна, их наличие служит нам напоминанием о том, что логика не является множеством принятых истин, но дисциплиной, в которой претендующие на значимость теории соперничают друг с другом” [7]. Возникает вопрос: существуют ли какие-нибудь последствия логического плюрализма, вызванные не просто выбором единственной логической системы, но логическим плюрализмом в целом, принятием его концепции как не подлежащей дальнейшему обсуждению?

Первопорядковая классическая логика обычно интерпретируется с помощью моделей (так называемых моделей Тарского) таким образом, что утверждение значимо тогда и только тогда, когда в любой модели из истинности посылок следует истинность заключения. Совокупность всех множеств, называемая *универсумом* множеств, снабжает нас всевозможными разновидностями моделей, требуемых для интерпретации нашей логики. Отсюда, в некотором смысле, первопорядковая логика детерминируется универсумом множеств (моделей). Действительно, пишет Кит Девлин, «…если наша функциональная иерархия должна снабжать нас “теорией множеств” некоторого типа, то тогда значения функций должны вести себя как истинностные значения. Но какие разновидности множеств действительно ведут себя как истинностные значения? Ответ хорошо известен: булевы алгебры! … В том случае, если $\mathbf{B}$ является булевой алгеброй, мы получаем приемлемый “**универсум множеств**” с помощью следующих определений:

$$V^{\mathbf{B}}{}_0 = \varnothing,$$

$$V^{\mathbf{B}}{}_{\alpha+1} = \{f: f: V^{\mathbf{B}}{}_\alpha \to \mathbf{B}\},$$

$$V^{\mathbf{B}}{}_\lambda = \bigcup\nolimits_{\alpha<\lambda} V^{\mathbf{B}}{}_\alpha \text{, если } \lambda \text{ есть предельный ординал,}$$

$$V^{\mathbf{B}} = \bigcup\nolimits_\alpha V^{\mathbf{B}}{}_\alpha .$$

Элемент $V^{\mathbf{B}}$ называется *булевозначным множеством*, или, более точно, $\mathbf{B}$-значным множеством, или, более точно, $V^{\mathbf{B}}$ является булевозначным универсумом, или, точнее, $\mathbf{B}$-значным универсумом» [4, p.132-133].

Справедливо ли это в случае неклассической логики? На первый взгляд кажется, что ответ положителен. Но в таком случае мы получаем плюрализм универсумов в качестве первого следствия логического плюрализма. Тем или иным образом, каждая разновидность неклассической логики нуждается в своей разновидности универсума множеств, обеспечивающего поведение значений функций как значений истинности.

2. Способы получения универсумов

Являются ли булевы алгебры единственным видом множеств, ведущих себя как истинностные значения? Следующая цитата подсказывает нам иной пример (S4-значный универсум): “Пусть **G** будет некоторой совокупностью сущностей (называемых возможными мирами или условиями форсинга, что более подходяще), и пусть **R** будет отношением на **G**, рефлексивным и транзитивным. Тогда $\langle \mathbf{G},\mathbf{R} \rangle$ есть S4-фрейм… $\langle \mathbf{G},\mathbf{R} \rangle$ предположительно будет членом ***M***, как мы будем иногда говорить, ***M***-множеством…

Определение 1.1. *Для каждого ординала* α (*в* ***M***) *определим множество* $R^{\mathbf{G}}{}_{\alpha}$ *следующим образом*:

(1) $R^{\mathbf{G}}{}_{0} = \varnothing$,

(2) $R^{\mathbf{G}}{}_{\alpha+1}$ *есть множество всех подмножеств* (*в* ***M***) $\mathbf{G} \times R^{\mathbf{G}}{}_{\alpha}$,

(3) *Для всех предельных ординалов* λ,

$$R^{\mathbf{G}}{}_{\lambda} = \bigcup\nolimits_{\alpha<\lambda} R^{\mathbf{G}}{}_{\alpha}.$$

Теперь пусть

$$D^{\mathbf{G}} = \bigcup\nolimits_{\alpha} R^{\mathbf{G}}{}_{\alpha},$$

где объединение берется по ординалам ***M***. $(\mathbf{G},R,D^{\mathbf{G}})$ *представляет собой расширенный фрейм*” [13, p.203-204].

Еще одним примером является гейтингозначный универсум, поскольку известно, что для каждой полной алгебры Гейтинга Ω мы можем построить Ω–значный универсум V^{Ω}, представляющий собой модель интуиционистской теории множеств (см. [14, p.1]). Подобным образом может быть получен и квантовый универсум: “Определим $V^{(\mathbf{Q})}{}_{\alpha}$ по трансфинитной индукции над α и $V^{(\mathbf{Q})} = \bigcup_{\alpha\in On} V^{(\mathbf{Q})}{}_{\alpha}$, где *On* есть класс всех ординалов.

(1) $V^{(\mathbf{Q})}{}_{0} = \varnothing$.

(2) $V^{(\mathbf{Q})}{}_{\alpha+1} = \{u\colon u{:}D(u) \to Q$ и $D(u) \subseteq V^{(\mathbf{Q})}{}_{\alpha}\}$, где $D(u)$ обозначает область определения u.

(3) Если α является предельным ординалом, то $V^{(\mathbf{Q})}{}_{\alpha} = \bigcup_{\beta<\alpha} V^{(\mathbf{Q})}{}_{\beta}$” [15, p.310].

Суммируя, получаем, что если принять во внимание возможность переформулировки конструкции S4-значного универсума более алгебраическим образом (с помощью перехода от совокупности возможных миров **G** к соответствующей S4-алгебре), то, по-видимому, можно выдвинуть концепцию “алгеброзначного” универсума, когда в качестве алгебры подразумевается алгебраический эквивалент соответствующей логики.

Но это не единственный способ получения универсумов. Поскольку с формальной точки зрения теория множеств есть не что иное как элементарная логическая теория, то, изменяя логическую часть, получаем конструкцию теории множеств, основанной на неклассической логике. Тогда в рамках подобной теории можно построить кумулятивную иерархию множеств или даже соответствующий алгеброзначный универсум. Имеются многочисленные примеры реализации подобного подхода, однако мы ограничимся лишь следующим: “Нечеткая теория множеств представляет собой теорию множеств, подчиняющуюся нечеткой логике *FL*, для которой мы постулируем лемму Цорна и аксиому двойного дополнения, так что мы можем интерпретировать классическую *ZFC* теорию множеств в *FZF*. Предикатными символами *FZF* являются $\in$ и $=$ …

2.1. Нелогические аксиомы FZF

A1. *Аксиомы равенства*: $\forall u\,\Box(u = u)$; $\forall u.v(u = v \Rightarrow v = u)$,

$\forall u,v,w(u = v \wedge v = w \Rightarrow u = w)$;

$\forall u,v.w(u = v \wedge u\in w \Rightarrow v \in w)$; $\forall u,v,w(u = v \wedge w\in u \Rightarrow w\in v)$.

A2. *Экстенсиональность*: $\forall u,v(\forall z(z\in w \leftrightarrow z\in v) \Rightarrow u = v)$.

A3. *Аксиома пары*: $\forall u,v\exists x\forall z(z\in x\Leftrightarrow z = u \vee z = v)$.

A4. *Объединение*: $\forall u\exists x\forall z(z\in x \Leftrightarrow \exists y\in u(z\in y)$.

A5. *Степень*: $\forall u\exists x\forall z(z\in x\Leftrightarrow \forall y\in z(y\in u)$.

A6. *Индукция*: $\mathrm{Ext}\varphi(x) \wedge \forall x(\forall y\in x\varphi(y) \rightarrow\varphi(x)) \Rightarrow \forall x\varphi(x)$.

A6. *Отделение*: $\forall x\exists y\forall z(z\in y \Rightarrow z\in x \wedge \exists z'(z = z'\wedge \varphi(z')))$.

A7. *Аксиома выделения*: $\forall u[\forall y\mathrm{Ext}\varphi(x,y) \rightarrow \exists v(\forall x\in u\exists y\varphi(x,y) \Rightarrow \forall x\in u\exists y(\Box(y\in v)\wedge\varphi(x,y)))]$.

A8. *Бесконечность*: $\exists x\Box(\exists y(y\in x \wedge \forall y\in x(\exists z(y\in z))$.

A8. *Двойное дополнение*: $\forall u\exists x\forall \mathrm{z}(\mathrm{z}\in x\Leftrightarrow \neg\neg(z\in u))$.

A7. *Лемма Цорна*: $\forall y(\mathrm{Chain}(y,x) \rightarrow \cup\forall y\in x \Rightarrow \exists z\mathrm{Max}(z,x)$, где

$\mathrm{Chain}(y,x)$: $\exists t(t\in y \wedge (y\subset x) \wedge \forall t,u\in y(t\subset u \vee u\subset t)$,

$\mathrm{Max}(z,x)$: $z\in x \wedge \forall t\in x(z\subset t \rightarrow z = t)$” (здесь $w \Rightarrow u$ означает $\Box(w \rightarrow u)$, а $x\Leftrightarrow z$ означает $\Box(x\leftrightarrow z)$) [14, p.17-18].

В [15] даже доказано, что квантовая теория множеств (сконструированная *mutatis mutandis* таким же образом, что и *FZF*) выполняется в квантовозначном универсуме. Однако возникающая проблема заключается в том, что “…математика, основанная на квантовой логике, имеет очень богатое математическое содержание. Это ясно демонстрируется тем фактом, что имеется много полных булевых алгебр внутри квантовой логики. Для каждой полной булевой алгебры **B** математика, основанная на **B**, как показано… имеет богатое математическое значение. Поскольку математика, основанная на **B**, может рассматриваться как подтеория математики, основанной на квантовой логике, нет никаких сомнений относительно того факта, что математика, основанная на квантовой логике, очень богата. Ситуация, по-видимому, выглядит следующим образом. Математика, основанная на квантовой логике, чересчур огромна, чтобы довести ее до конца” [15, p.303].

Подобными результатами снабжает нас и теория категорий, а именно, теория топосов. Р.Гольдблатт в [2] использовал конструкцию топоса функторов из малой категории в категорию множеств **Set** для построения категорной семантики интуиционистской логики, в которой алгебра Гейтинга играет роль малой категории. В [16] рассматривается категория $\mathbf{Set}^{\mathsf{A}}$ функторов из так называемой *CN*-категории (теоретико-категорный эквивалент алгебры да Косты) в категорию **Set**. Эта категория также представляет собой топос и полнота паранепротиворечивой системы логики да Косты C_1 доказывается именно по отношению к подобной разновидности топосов. Аналогичный подход был реализован и для случая релевантной логики R в [17].

Наряду с этим существует еще и довольно простой аргумент в пользу того, почему логический плюрализм несет ответственность за плюрализм универсумов. Если рассматривать обычные определения операций на множествах

$x \cup y =_{\text{def}} \{a\colon a \in x \vee a \in y\}$,
$x \cap y =_{\text{def}} \{a\colon a \in x \wedge a \in y\}$,
$x - y =_{\text{def}} \{a\colon a \in x \wedge \neg(a \in y)\}$,

то плюралист всегда не преминет задать вопрос: какого типа связки $\vee$, $\wedge$, $\neg$ используются в этих определениях? Если это классические связки, то алгебра подмножеств любого множества будет булевой алгеброй и другой (Гейтинга, релевантной, да Косты и т.д.) в противном случае.

3. Глобальность и локальность

Тем фактом, что алгебра подмножеств является булевой алгеброй, мы обязаны лежащей в основании классической логике: если мы изменим логику, то, как следствие, рассматриваемая алгебра с необходимостью будет другой. Но что случится, если мы изменим только наши определения операций на множествах, притом таким образом, что они будут основываться на неклассических логических связках $\vee$, $\wedge$, $\neg$, и рассмотрим алгебру с полученными новыми операциями? В сущности, поскольку в модели теоретико-множественные операции ответственны за истинностные значения формул, то это может привести к возможности интерпретации соответствующей неклассической логики в данном множестве. Следовательно, мы получим ситуацию, когда в классическом универсуме у нас существует интерпретация неклассической логики. Но в этом нет ничего необычного: подобного рода процедура как раз типична для неклассической логики. Мы можем освоить в нашем классическом универсуме столько неклассических логик, сколько нам нужно.

Ситуация изменится, если мы возьмем неклассический универсум, а затем введем в нем классические теоретико-множественные операции. В этом случае мы получим интерпретацию классической логики в неклассическом универсуме. Более того, можно продолжить подобное умножение операций путем повторного использования иных неклассических связок, получая новые интерпретации неклассических систем. Но в этом случае мы сталкиваемся с ситуацией, когда в рамках неклассического универсума существует интерпретация классической логики наряду с другими логическими системами.

Имеются ли в нашем распоряжении какие-нибудь способы проверить классичен или неклассичен наш универсум? С точки зрения логического плюрализма ответ будет отрицательным. Мы можем утверждать самое большее только то, что имеется одна лежащая в основании (глобальная) логика, определяющая и определенная нашим универсумом, в то время как существует множество (локальных) логик, населяющих универсум, не определяемый ими. Разумеется, глобальность и локальность в подобном контексте являются просто метафорическими маркерами, фиксирующими состояние дел.

3. Глобальность и локальность в формальной топологии

Если в топологии само понятие топологии обычно задается с помощью постулирования множества открытых множеств и их замкнутости относительно теоретико-множественного пересечения, то, модифицируя пересечение, мы получим различные топологии в тех же самых исходных рамках (см. [1]). И вновь можно задаться вопросом, будет ли классическая топология глобальной или локальной в плюралистическом смысле. Остановимся более подробно на этом вопросе.

Согласно Дж.Самбину [9] формальная топология может быть определена следующим образом: $\boldsymbol{A} = (S,\cdot,1,\lhd,Pos)$ является формальной топологией тогда и только тогда, когда $(S,\cdot,1)$ есть коммутативный моноид, $\lhd$ (формальное покрытие) удовлетворяет следующим условиям:

$$\frac{a \in U}{a \lhd U} \quad (\textit{рефлексивность})$$

$$\frac{a \lhd U \quad (\forall b \in U)(b \lhd V)}{a \lhd V} \quad (\textit{транзитивность})$$

$$\frac{a \lhd U}{a \cdot b \lhd U} \quad (\cdot \textit{ - слева})$$

$$\frac{a \lhd U \quad a \lhd V}{a \lhd \{b \cdot c : b \in U, c \in V\}} \quad (\cdot \textit{ - справа})$$

а *Pos* (предикат позитивности) удовлетворяет условиям

$$\frac{Pos(a) \quad a \lhd U}{(\exists b \in U) Pos(b)} \quad (\textit{монотонность})$$

$$\frac{Pos(a) \to a \lhd U}{a \lhd U} \quad (\textit{позитивность})$$

Бинарная операция $\cdot$ называется формальным пересечением и удовлетворяет условию

(1) $x \models a \cdot b$ тогда и только тогда, когда $x \models a$ и $x \models b$,

где бинарное отношение $\models$ для $x \in X$ и $a \in S$ означает, что a является формальной окрестностью x.

В более ранней версии определения формальной топологии Дж.Самбин [10] использовал полурешетку $(S, \wedge, 1)$ вместо коммутативного моноида $(S, \cdot, 1)$. Таким образом, формальное пересечение действительно формально, поскольку нет никакой необходимости в интуитивном понимании операции $\cdot$ как пересечения в универсуме S конкретно полученных объектов или кусков информации.

Известно, что определение формальной топологии может быть обобщено до определения формальной предтопологии путем отбрасывания предиката позитивности, а в этом случае (формальное) покрытие $\lhd$ становится в точности предпокрытием, выполняющим условия, соответствующие структурным правилам ослабления и сокращения. Доказано, что предтопологии образуют полную семантику базисной линейной логики и ее расширений (см. [11]), когда истинностным значением формулы A является F-насыщенное подмножество $V^{\sigma}(A)$ (подмножество вида $FU = \{a \in S: a \lhd U\}$ для некоторого U называется F-насыщенным). В частности, $V^{\sigma}(A \otimes B) = F(V^{\sigma}(A) \cdot V^{\sigma}(B))$ и $V^{\sigma}(A \& B) = V^{\sigma}(A) \cap V^{\sigma}(B)$.

Следующим напрашивающимся шагом было бы расширение подобной интерпретации на другие неклассические логики. Например, в случае релевантной системы R подходящим определением было бы $V^{\sigma}(A \circ B) = F(V^{\sigma}(A) \cdot V^{\sigma}(B))$ и $V^{\sigma}(A \wedge B) = V^{\sigma}(A) \cap V^{\sigma}(B)$.

На первый взгляд, здесь нет никакого отличия от случая линейной логики (по крайней мере, с точки зрения формальной предтопологии). Но дело в том, что операция $\cdot$ здесь может быть определена как $H{\cdot}G = \{c\colon \exists a,b(a{\in}H,\ b{\in}G$ и $Rabc)\}$, где R представляет собой тернарное отношение, определенное на S. И тогда возникает интересная возможность, связанная с понятием формальной границы в формальной топологии.

Для данной формальной предтопологии $\boldsymbol{A} = (S,\cdot,1,\lhd)$ и множества $A \subseteq S$ мы называем $x{\in}A$ граничным элементом A, если все предпокрытия x пересекаются как с A, так и с его дополнением $S\backslash A$. Граница ∂A множества A представляет собой совокупность всех граничных элементов A, т.е.

$$\partial A = \{x{\in}S\colon \forall U(x{\lhd}U \Rightarrow U \cap A \neq \varnothing \text{ и } U \cap (S\backslash A) \neq \varnothing)\}.$$

Подходя к этому определению более формально (т.е. обобщая его), мы можем определить *формальную* границу ∂A как

$$\partial A = \{x{\in}S\colon \forall U(x{\lhd}U \Rightarrow U \cap A \neq \varnothing \text{ и } U \cap \overline{A} \neq \varnothing)\},$$

где $\overline{A} = \{x{\in}S\colon -x{\in}A\}$ и $-$ есть унарная операция на S, например, заимствованная из моноида де Моргана $\boldsymbol{D} = \langle S, \circ, \vee, -, 1\rangle$ определенного на S (см. [8]).

В случае паранепротиворечивой алгебры множеств $\boldsymbol{C} = \langle S,\varnothing,I,\leq,\cap,\cup,\rightarrow,'\rangle$, где $\cap$ и $\cup$ являются теоретико-множественными операциями пересечения и объединения, $\leq$ есть предпорядок и $S \subseteq \mathcal{P}(I)$ (см. [3, с.84]), наше определение формальной границы трансформируется в

$$\partial A = \{x{\in}S\colon \forall U(x{\lhd}U \Rightarrow U \cap A \neq \varnothing \text{ и } U \cap A' \neq \varnothing)\},$$

где $'$ есть унарная операция на S (паранепротиворечивое дополнение). Идея становится более понятной, если использовать собственную алгебру множеств из [3, с.84]. В такой алгебре $x{\leq}y$ тогда и только тогда, когда $x \subseteq y{\cup}\{b\}$ (где $b{\in}S$), $x' = x^c$, если $x \notin S$, и $x' = x^c{\cup}\tau$, если $x{\in}S_0$, принимая $S_0 = \{x{\in}S\colon$ существует $\tau = \{a,b\}$, такое, что $x{\cap}\tau \neq \varnothing$, $x^c{\cap}\tau \neq \varnothing$ и $x{\not\subset}\{a,b\}\} \neq \varnothing$, а x^c будет теоретико-множественным дополнением x. Принимая во внимание, что каждая булева алгебра множеств является несобственной паранепротиворечивой алгеброй множеств (т.е. в которой $S_0 = \varnothing$), можно легко прийти к заключению, что последнее определение формальной границы будет действительно более общим, чем обычное.

Для алгебры Нельсона $\boldsymbol{N} = \langle S,\cap,\cup,\rightarrow,\sim,\neg,0,1\rangle$ [12] можно рассматривать две границы

$$\partial^1 A = \{x{\in}S\colon \forall U(x{\lhd}U \Rightarrow U \cap A \neq \varnothing \text{ и } U \cap {\sim}A \neq \varnothing)\}$$
$$\partial^2 A = \{x{\in}S\colon \forall U(x{\lhd}U \Rightarrow U \cap A \neq \varnothing \text{ и } U \cap \neg A \neq \varnothing)\},$$

поскольку в такой алгебре имеются две разновидности отрицания. Первое из них можно определить как $\sim A = \{x \in S \colon \sim x \in A\}$, а второе согласно [11] определяется как $\neg A = A \to_F 0$, где $U \to_F V = \{x \in S \colon x \in U \triangleleft V\}$. Таким образом, две границы в рамках одной и той же формальной топологии позволяют охарактеризовать контекст топологической структуры, представляющий для нас интерес.

Все эти конструкции кажутся чересчур искусственными, чтобы принимать их в расчет (по крайней мере, с методологической точки зрения). Но ситуация изменяется, если мы будем иметь дело с неклассическими теориями множеств в классическом универсуме. Если, например, с самого начала все построения выполняются в рамках теории множеств, основывающейся на интуиционистской пропозициональной логике с сильным отрицанием – логике с двумя отрицаниями, чьим алгебраическим эквивалентом является алгебра Нельсона, то присутствие двух границ в нашей топологии будет естественной особенностью рассмотрения. Следовательно, если допускать множественность логических оснований (становясь на позицию логического плюрализма), то стоит принимать во внимание возможные топологические особенности рассматриваемой формальной топологии.

4. Некоторые философские замечания

Рассматриваемая ситуация в некотором отношении явно похожа на оппозицию евклидовой и неевклидовой геометрий, когда необходимо ответить на вопрос: является ли наше пространство глобально евклидовым, а локально неевклидовым, или наоборот: оно глобально неевклидово, будучи в то же время локально евклидовым. Эта аналогия вынуждает нас искать какие-то пути получения определенного решения проблемы, имеем ли мы дело всегда с глобально классическим универсумом, который локально неклассичен, или же на самом деле наши универсумы глобально неклассичны, но локально классичны. Но существуют ли в принципе какие-либо методы решения такой проблемы? Возникает ощущение, что эта проблема имеет под собой достаточно глубокое философское основание.

В свое время во Львовско-Варшавской школе была популярной точка зрения по вопросу о различии между метафизикой и онтологией, сводящаяся к тому, что первая из них является теорией существующего, в то время как вторая есть теория того, что возможно, и возможности возможного. Попытка выяснить, что представляет собой логика, лежащая в основании универсума (глобальность), и что за логики могут населять универсум (локальность), до некоторой степени подобна принятию или отказу от упомянутой точки зрения на различие между онтологией и метафизикой. Развивая эту аналогию, можно сказать, что глобальная логика лежит в основании метафизики, тогда как локальная логика является фундаментом онтологии наших универсумов. Вспомним в связи с этим, что говорил Л.Витгенштейн: "Философия состоит из логики и метафизики: логика является ее основанием" [18, p.106]. Но это означает, в некотором смысле, что принятие логического плюрализма ведет к необходимости рассмотрения и прояснения метафизических и онтологических проблем онтологических обязательств формальных языков.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Васюков В.Л.* Квантовая граница квантовых систем с точки зрения формальной топологии // 100 лет квантовой теории. Труды международной конференции. М., 2002. С.199-203.
2. *Гольдблатт Р.* Топосы. Категорный анализ логики. М., 1983.
3. *Carnielli W.A., de Alcantara L.P.* Paraconsistent Algebras // Studia Logica. XLIII. No 1/2. 1984. P.79-87.
4. *Devlin K.* The Joy of Sets. Fundamentals of Contemporary Set Theory. Second Edition. Springer-Verlag. New York; Berlin, 1993.
5. *Leśniewski S.* Collected Works. PWN-Kluwer. Warszawa; Dordrecht, 1992.
6. *Łukasiewicz J.* Z zagadnień logiki i filozofii. Pisma wybrane. Warszawa: PWN, 1961.
7. *Priest G.* Logic, Nonstandard // Donald M. Borchert (ed.). The Encyclopedia of Philosophy. P.307-310. Macmillan Reference, 1996. Supplement to a reprint of the volumes originally published in 1967.
8. *Routley R., Meyer R.* The Semantics of Entailment // Truth, Syntax and Modality. H. Leblanc (ed.). Amsterdam; London. 1973. P.199-243.
9. *Sambin G., Gebelatto S.* Preview of the Basic Picture: A New Perspective on Formal Topology // Types for Proofs and Programs, International Workshop TYPES '98. Altenkirch T., Naraschewski W., Reus B. (eds.). Kloster Irsee, Germany, March 27-31, 1998. Selected Papers. Lect. Notes Comput. Sci. 1657. Springer. 1999. P.194-207.
10. *Sambin G.* Intuitionistic formal spaces - a first communication // D.Skordev (ed.). Mathematical Logic and its Applications. New York: Plenum. 1987. P.187-204.
11. *Sambin G.* Pretopologies and completeness proofs // Journal of Symbolic Logic. Vol.60. 1995. P.861-878.
12. *Sendlewski A.* Nelson Algebras through Heyting Ones: I. // Studia Logica. XLIX. No 1. 1990. P.105- 126.
13. *Smullyan R.M and Fitting M.* Set Theory and the Continuum Problem. Oxford: Clarendon Press, 1996.

14. *Takeuti G. and Titani S.* Fuzzy Logic and fuzzy set theory //Arch. Math. Log. (1992) P.1-18.
15. *Takeuti G.* Quantum Set Theory // Current Issues on quantum logic / Beltrametti S., Fraassen B. Van (eds.). New York; London: Plenum, 1981. P.303-322.
16. *Vasyukov V.* Paraconsistency in Categories // D.Batens, C.Mortensen, G.Priest and J.-P. van Bendegem (eds.). Frontiers of Paraconsistent Logic. Research Studies Press Ltd., Baldock, Hartfordshire (England), 2000. P.263-278.
17. *Vasyukov V.* Paraconsistency in categories: case of relevance logic // Abstracts of the Workshop on Paraconsistent Logic. Trento, 2002.
18. *Wittgenstein L.* Notebooks 1914-1916. Trans. N.K.Smith. London: Macmillan, 1961.